УДК 621.372.512

УВЕЛИЧЕНИЕ РАВНОМЕРНОСТИ ФАЗОЧАСТОТНЫХ ХАРАКТЕРИСТИК ШИРОКОПОЛОСНЫХ СОГЛАСУЮЩИХ УСТРОЙСТВ И ФИЛЬТРОВ МОДИФИЦИРОВАННЫМИ АППРОКСИМИРУЮЩИМИ ФУНКЦИЯМИ

П.В. БОЙКАЧЕВ
(Военная академия Республики Беларусь, Минск)

Рассматривается возможность увеличения линейности фазочастотной характеристики в устройствах широкополосного согласования и фильтрации с помощью модификации классических аппроксимирующих функций. Приведены результаты модификации аппроксимирующей функции Чебышева пятого порядка по критерию максимума линейности группового времени запаздывания. Выполнен анализ модифицированной функции Чебышева пятого порядка, проведено сравнение ее с классической функцией Чебышева пятого порядка при одинаковых условиях. Показана методика реализации модифицированного фильтра Чебышева пятого порядка. Отмечено, что модифицированная функция Чебышева пятого порядка по отношению к классической функции Чебышева имеет меньшую неравномерность в полосе согласования (фильтрации), меньшее значение ошибки аппроксимации по интегральному критерию, меньший уровень неравномерности фазочастотной характеристики в полосе согласования (фильтрации).

Введение. В технологиях спутниковых и мобильных систем телекоммуникаций, а также в радиолокационных системах прогресс в основном связан с применением широкополосных и сверхширокополосных сигналов. Для обработки таких сигналов к входным трактам радиоприемных устройств предъявляются некоторые требования, такие как избирательность и внесение минимальных искажений амплитудного и фазового спектров сигнала. Элементы входных трактов должны внести минимальные искажения амплитудного и фазового спектров сигнала. В традиционной схемотехнике под неискажающим устройством понимается то устройство, которое имеет равномерную амплитудно-частотную характеристику, однако неравномерность фазочастотной характеристики (ФЧХ) может обусловить более серьезные проблемы на этапе обработки сигналов.

Для обеспечения вышеизложенных требований в последние годы стали применять фильтры с модифицированными функциями передачи [1, 2]. В сравнении с классическими аппроксимирующими функциями модифицированные функции передачи имеют следующие недостатки:

- большую неравномерность в полосе фильтрации;
- меньшее затухание в полосе заграждения;
- отсутствие свойства квадратной симметрии;
- большую нелинейность ФЧХ.

Методика модификации аппроксимирующей функции

Предлагается новый вариант модификации аппроксимирующей функции. Аналитическое выражение для прототипа функции передачи имеет вид:

$$K_m\left(-s^2\right)=\frac{k^2}{1+\varepsilon^2\prod_{q=1}^{N}\left(s_q-1\right)\dfrac{\Psi_m(s)\Psi_m(-s)}{\prod_{q=1}^{N}\left(s+s_q\right)}},\tag{1}$$

где s – комплексная частота ($s = \pm y \pm j$); k − коэффициент $(k<1)$; ε − коэффициент неравномерности характеристики в полосе фильтрации; N − количество вводимых нулей передачи; q − номер вводимого нуля передачи; $\Psi(s)$ – аппроксимирующий полином порядка m; s_q – комплексная частота, на которой функция принимает нулевое значение.

Модифицированная функция (1) отличается от классической функции тем, что в нее определенным образом добавляются нули передачи. Ниже вводимые нули передачи образованы комплексно сопряженными парами, расположенными на комплексной плоскости s-переменной.

Способ модификации аппроксимирующей функции для увеличения равномерности фазочастотной характеристики. В опубликованных ранее работах [3; 4] нули передачи модифицированных функций располагались только на мнимой оси комплексной плоскости s-переменной, что обеспечивало максимальный уровень спада и равномерность в полосе согласования и фильтрации амплитудно-частотной характеристики, но ухудшало линейность ФЧХ. Для улучшения линейности ФЧХ в полосе согласования и фильтрации предлагается использовать четверку комплексно сопряженных нулей. Линейность ФЧХ нагляднее описывает групповое время запаздывания (ГВЗ).

На рисунке 1 приведена зависимость разброса ГВЗ от расположения нулей функции передачи на комплексной плоскости для модифицированной функции Чебышева пятого порядка.

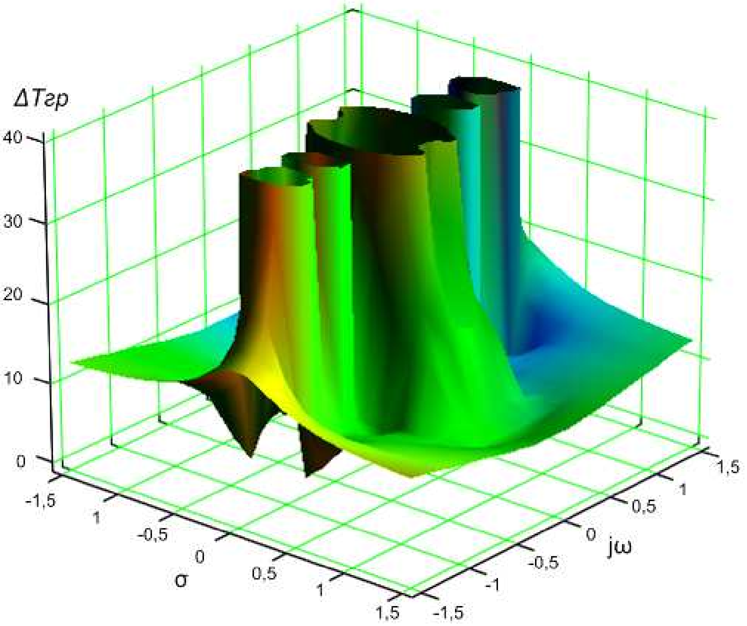


Рис. 1. Зависимость разброса ГВЗ от расположения нулей функции передачи для модифицированной функции Чебышева пятого порядка

Рисунок 1 позволяет определить область расположения вводимых нулей передачи, в которой разброс ГВЗ минимальный. Видимая на рисунке пара нулей расположена в районе σ = ±0,035 и *j*ω = ±0,96.

Для этих значений σ и *j*ω коэффициент передачи по мощности (рис. 2, *а*) и ГВЗ (рис. 2, *б*) от частоты модифицированной функции Чебышева пятого порядка (сплошная линия) в сравнении с классической функцией Чебышева пятого порядка (пунктирная линия) для одинаковых начальных условий будет иметь вид, отображенный на рисунке 2.

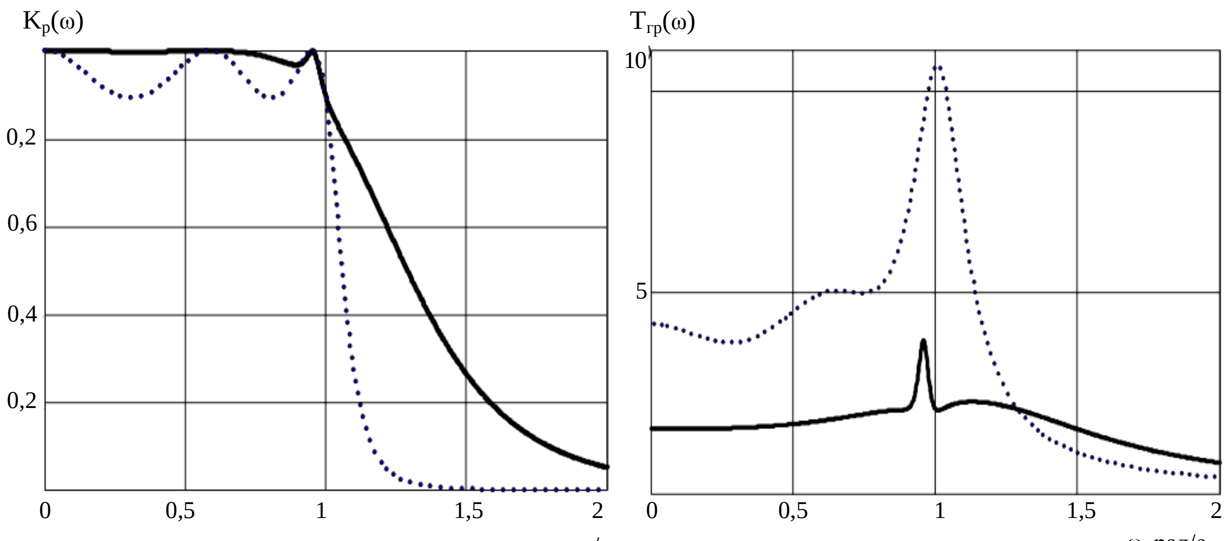


Рис. 2. Коэффициент передачи по мощности (*а*) и ГВЗ (*б*) от частоты модифицированной функции Чебышева пятого порядка (сплошная линия) в сравнении с классической функцией Чебышева пятого порядка (пунктирная линия)

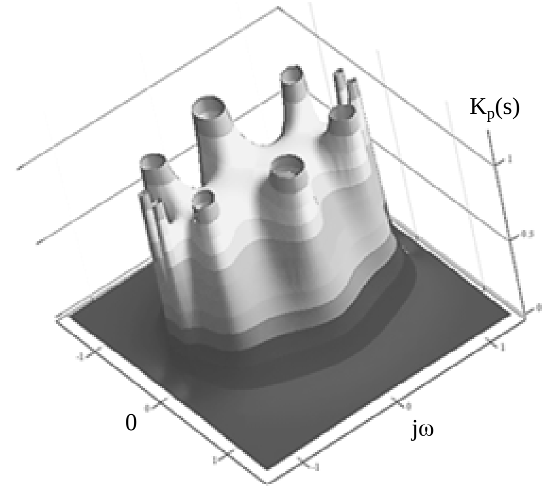
Анализ приведенных на рисунках 1, 2 зависимостей показывает, что модифицированная функция Чебышева пятого порядка уступает классической функции передачи в избирательности, но имеет большую равномерность в полосе фильтрации (согласования) коэффициента передачи и более равномерное и меньшее ГВЗ.

Сравнение классической и модифицированной аппроксимирующих функций Чебышева пятого порядка. Представляет интерес сравнить рассматриваемые функции при одинаковом спаде частотных характеристик за пределами полосы пропускания. Этому условию для функции Чебышева пятого порядка соответствует четверка вводимых нулей $s_0 = \pm 0{,}18 \pm 1{,}18j$ при $m = 5$, $\varepsilon = 0{,}349$, $k = 1$.

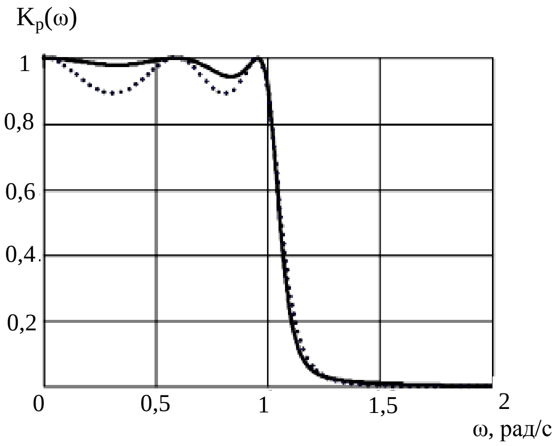
Для выбранных условий функция (1) принимает вид:

$$K\left(-s^2\right) = \frac{-2{,}03 - 2{,}72s^2 - s^4}{-2{,}03 - 2{,}02s^2 + 4{,}58s^4 + 15{,}62s^6 + 17{,}85s^8 + 7{,}14s^{10}}. \qquad (2)$$

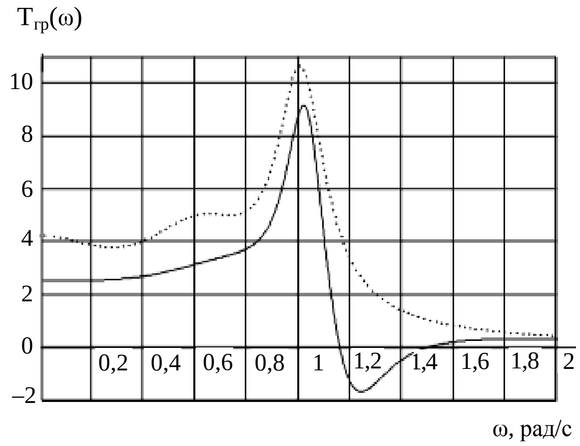
Функция (2) в s-координатах образует поверхность, приведенную на рисунке 3, *а*. Сечение показанной поверхности плоскостью $s = j\omega$ представляет частотную характеристику передачи мощности (2), представленную на рисунке 3, *б*: пунктирная линия – классическая аппроксимация Чебышева; сплошная линия – модифицированная функция Чебышева в соответствии с (2).



а)



б)



в)

Рис. 3. Поверхность модифицированной функции передачи (2) в s-плоскости (*а*), коэффициент передачи по мощности (*б*) и ГВЗ (*в*) от частоты модифицированной функции Чебышева пятого порядка (сплошная линия) в сравнении с классической функцией Чебышева пятого порядка (пунктирная линия)

Анализируя кривые на рисунке 3, можно сделать вывод, что модифицированная аппроксимация Чебышева имеет более линейную частотную характеристику в полосе фильтрации (согласования) при той же величине спада. Для определения качества аппроксимации используем интегральный квадратичный критерий близости [5].

Интегральный квадратичный критерий близости позволяет определять интегральную ошибку аппроксимации на заданном интервале [a; b] в виде

$$P[a;b]=\int_{b}^{a}[M(\omega)-K(\omega)]^{2}d\omega, \tag{3}$$

где $M(\omega)$ − эталонная функция на участке [a; b]; $K(\omega)$ − аппроксимирующая функция, для которой необходимо определить качества аппроксимации.

Ошибка аппроксимации (3) модифицированной функции при заданных параметрах составляет 0,014, в свою очередь ошибка классической аппроксимации Чебышева при тех же параметрах равна 0,042, что в несколько раз больше, чем у модифицированной функции.

Сравнение ГВЗ модифицированной аппроксимирующей функции и классической Чебышева представлено на рисунке 3, *в*. Для большей наглядности целесообразно проанализировать зависимость величины группового времени запаздывания сравниваемых аппроксимирующих функций от частоты.

Анализ рисунков 3 *б*, *в* позволяет сделать вывод, что в пределах нормированной полосы пропускания линейность фазовой характеристики для модифицированной функции выше по сравнению с классической аппроксимацией Чебышева.

Таким образом, модифицируя аппроксимирующую функцию, как показано в (1), можно заметно снизить искажения фазового спектра сигналов, сохраняя уровень избирательности высоким.

Рассмотрим пример расчета низкочастотного фильтра, используя при этом модифицированную функцию Чебышева (2). Соотношение между коэффициентом отражения и функцией передачи мощности (2) имеет вид

$$K_p(-s^2)=1-\rho(s)\rho(-s), \tag{4}$$

где $\rho(s)\rho(-s)$ – функция коэффициента отражения на входе фильтра.

Выделяя полюсы и нули функции $\rho(s)\rho(-s)$ в левой полуплоскости, получаем для $\rho(s)$ выражение

$$\rho(s)=\frac{0,31s+1,25s^3+s^5}{0,53+1,48s+2,34s^2+2,66s^3+1,68s^4+s^5}. \tag{5}$$

По соотношению (6) находим функцию входного сопротивления фильтра (7):

$$Z_{вх}(s)=\frac{1-\rho(s)}{1+\rho(s)}; \tag{6}$$

$$Z_{вх}(s)=\frac{0,53+1,17s+2,34s^2+1,41s^3+1,68s^4}{0,53+1,8s+2,34s^2+3,91s^3+1,68s^4+2s^5}. \tag{7}$$

Для решения задачи реализации цепи предлагается использовать прямой синтез путем решения системы нелинейных уравнений. Исходными данными для составления системы нелинейных уравнений является входное сопротивление (7) и сопротивление четырехполюсника канонической формы, имеющего порядок аппроксимирующей функции с учетом количества нулей передачи. Для нахождения сопротивления четырехполюсника канонической формы необходимо задаться структурой цепи, у которой количество плеч совпадает с порядком аппроксимирующей функции. Схема должна иметь лестничную структуру и быть симметричной. Количество нулей передачи определяет число резонансных плеч в синтезируемой цепи. После определения структуры цепи (в данном случае структура представлена на рисунке 4) можно определить сопротивление четырехполюсника.

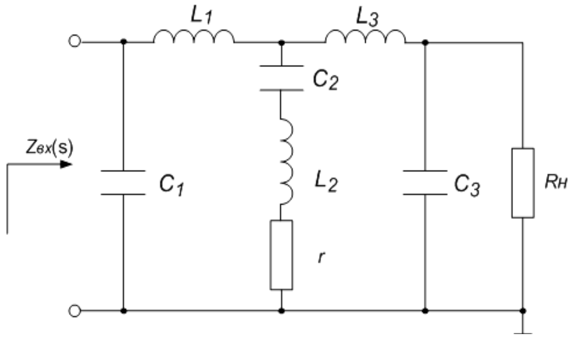


Рис. 4. Каноническая форма цепи для входного сопротивления

Коэффициенты при переменной *s* являются искомыми, так как они определяются значениями элементов синтезируемой цепи. Для составления нелинейных уравнений необходимо приравнять коэффициенты полинома (6) и полинома сопротивления четырехполюсника.

Таким образом, решая систему нелинейных уравнений, находим значения синтезируемой цепи. Реализация сопротивления (7) дает цепь, представленную на рисунке 4, нормированные значения элементов схемы следующие:

$$C_1 = 1,226;\ L_1 = 1,063;\ C_2 = 0,988;\ L_2 = 0,674;\ L_3 = 1,13;\ r = 0,026;\ C_3 = 1,303;\ R_н = 1.$$

Вывод. Предложенная модифицированная функция вида (1) имеет ряд достоинств по сравнению с классическими функциями и модификациями зарубежных разработчиков [3], а именно:

- меньшую неравномерность в полосе согласования (фильтрации);
- меньшее значение ошибки аппроксимации по интегральному критерию;
- меньший уровень неравномерности фазочастотной характеристики в полосе согласования (фильтрации).

Следует отметить, что модифицированная аппроксимирующая функция вида (1) может использоваться для конструирования широкого класса полиномиальных фильтров и широкополосных согласующих цепей по таким критериям, как минимальное искажение сигнала по фазе и амплитуде, минимальная чувствительность частотной характеристики на тот или иной элемент схемы.

ЛИТЕРАТУРА

1. Software tool for the design of narrow band band – pass filters / A. Garcıa Lamperez [et al.] // Microwave Symposium Digest, 2001 IEEE–MTT–S International. – 2001. – Vol. 3. – P. 2103–2106.
2. Hisham, L. Generalized Chebyshev-like Approximation for Low-pass Filter / L. Hisham // Electrical and Electronic Engineering. – 2011. – Vol. 3, № 1. – P. 5–8.
3. Бойкачев, П.В. Метод модификации аппроксимирующих функций для синтеза фильтров и согласующих цепей / П.В. Бойкачев, Г.А. Филиппович // Вестн. Воен. акад. Респ. Беларусь. – 2012. – № 3(36).
4. Бойкачев, П.В. Широкополосный синтез согласующих устройств на основе модифицированной аппроксимации функции передачи / П.В. Бойкачев // Вестн. БелГУТ. – 2013. – № 2(25).
5. Ланнэ, А.А. Оптимальный синтез линейных электрических цепей / А.А. Ланнэ. – М.: Связь, 1969. – 37 с.

Поступила 09.01.2014

INCREASE OF THE UNIFORMITY OF PHASE-FREQUENCY CHARACTERISTICS OF BROADBAND MATCHING DEVICES AND FILTERS OF THE MODIFIED APPROXIMATION FUNCTIONS

P. BOIKACHOV

Described the possibility of increasing the linearity characteristics fazachastotnoy in the broadband matching and filtering using a modification of the classical approximation functions. The results of the modified Chebyshev approximation function of the fifth order by the maximum group delay linearity. The analysis of the modified fifth-order Chebyshev function and its comparison with the classical fifth-order Chebyshev function under the same conditions . It is shown how the implementation of the modified fifth-order Chebyshev filter. It is noted that the modified Chebyshev function of order 5 with respect to the classical Chebyshev function has less unevenness in the band matching (filtration), a smaller value of the approximation error on the integral criterion, a lower level of non-uniformity (PFC) in the band of negotiation (filtration).